

Varol, A., Öztöp, H., F., Varol, A. “Gözenekli Ortamla Dolu Dik Üçgen Oyuklarda Doğal Taşınım İle Isı Geçişi, UHUK 2006, ODTÜ, 21-22 Eylül 2006, Ankara

---

#### 4.38. GÖZENEKLİ ORTAMLA DOLU DİK ÜÇGEN OYUKLARDA DOĞAL TAŞINIM İLE ISI GEÇİŞİ

Yasin Varol <sup>1*</sup>	Hakan F. Öztöp <sup>2♦</sup>	Asaf Varol <sup>3♥</sup>
<sup>1</sup> Vanderbilt Üniversitesi, Makina Mühendisliği Bölümü, Nashville, TN 37212, USA	<sup>2</sup> Fırat Üniversitesi, Makina Mühendisliği Bölümü, 23119, Elazığ	<sup>3</sup> West Virginia Üni., Makina ve Havacılık Mühendisliği Bölümü, Morgantown, WV 26505, USA

#### ÖZET

Gözenekli, dik üçgen bir oyuk içerisinde sürekli rejimde iki boyutlu doğal taşınım ısı transferi sayısal olarak incelenmiştir. Dik üçgen oyukun düşey cidarı eğimli cidarına göre daha yüksek sıcaklıkta olup, tabanı ise yalıtımlıdır. Gözenekli ortamda Darcy akış modeline göre yazılan denklemler sonlu farklar metodu ile çözülmüştür. Tekil denklemlerin çözümü için Ardışık Alt Rahatlama yöntemi kullanılmıştır. Akış ve ısı transferi, akım çizgileri ve eş sıcaklık eğrileri ile temsil edilmiştir. Farklı üçgen görünüş oranlarında ( $0.25 \leq AR=H/L \leq 2.0$ ), ortalama ve yerel Nusselt sayıları hesaplanmıştır.

---

\* Doç.Dr., E-mail: yvarol@gmail.com

♦ Dr. Uzman, E-mail: hfoztop1@yahoo.com

♥ Prof.Dr., E-mail: avarol@hotmail.com

## 1. GİRİŞ

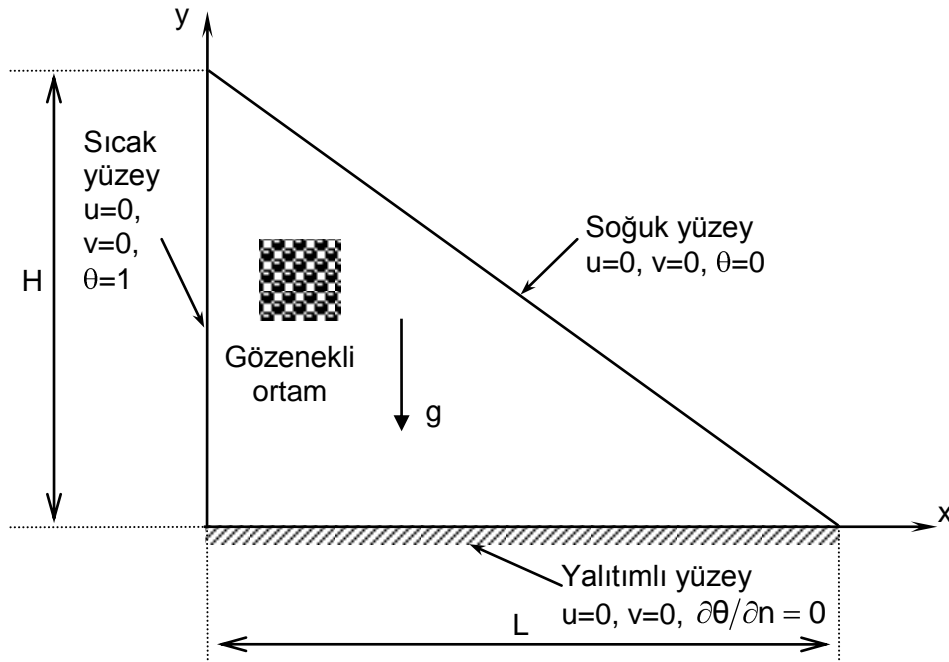
Gözenekli ortamlardaki ısı transferi ve akış, mühendislik uygulamalarında; bina yalıtımında, jeofizik problemlerinde ve güneş kolektörlerinde rastlanmaktadır. Bu uygulama alanları, Vafai [17], Nield ve Bejan [12] ve Ingham ve Pop [13] tarafından verilmiştir. Mühendislikte uygulama alanı genişçe bulunan gözenekli ortamlardaki ısı transferi ve akış, son yıllarda sıkça çalışılan bir konudur.

Gözenekli ortamlarda doğal taşınım analizi literatürde genellikle dikdörtgen yada kare geometriler için çalışılmaktadır [3,4,5,8,15,16 ve 19]. Bunun yanında, dikdörtgen olmayan bazı geometrilerdeki (üçgen, yamuk, eğrisel yüzeyli vs.) kapalı hacimler için çözümlere de mühendislik uygulamalarında rastlanmaktadır Varol vd. [1], Varol ve Oztop [2], Tzeng vd. [6], Asan ve Namli [10], Holtzman vd. [11], Akinsete ve Coleman [18]. Ancak bu çalışmalar gözenekli olmayan ortamlar için incelenmiştir. Gözenekli ortamla dolu dikdörtgen kesitli olmayan kapalı hacimlerdeki çalışmaların sayısı ise oldukça azdır [7, 9 ve 14].

Bu çalışmanın amacı, içerisi gözenekli ortamla dolu üçgen kesitli bir oyukta doğal taşınım ısı transferini sayısal olarak incelemektir. Literatürde, gözenekli ortamla dolu eğimli cidara sahip oyuklardaki ısı transferi çalışmalarına bakıldığında, üçgen kesitli oyuklarda bu tür çalışmalara rastlanılmadığı görülmektedir.

## 2. FİZİKSEL MODEL

Bu çalışmada düşünülen, gözenekli ortamla dolu dik üçgen geometrili kapalı hacim için fiziksel geometri, sınır şartları ve koordinatlar Şekil 1' de verilmiştir. Üçgen taban uzunluğu  $L$ , yüksekliği  $H$  olarak gösterilmiş ve üçgen görünüş oranı  $AR=H/L$  olarak tarif edilmiştir. Düşey cidar eğimli cidara göre daha yüksek sıcaklığa sahip olup üçgen tabanı yalıtımlıdır.



Şekil 1. Fiziksel model

### 3. AKIŞI VE ISI TRANSFERİNİ YÖNETEN DENKLEMLER

Akışı ve ısı transferini yöneten kısmi diferansiyel denklemler, Darcy akış modeli kullanılarak yazılmıştır. Denklemlerin yazılımı için yapılan kabuller:

- Akışkan ve gözenekli ortam özellikleri sabittir.
- Oyuk cidarları gözenekli değildir.
- Boussinesq yaklaşımı ve Darcy akış modeli geçerlidir.
- Viskoz sürtünme ve momentum denklemlerindeki atalet terimleri ihmal edilmiştir.

Bu kabullerle yazılan süreklilik, momentum ve enerji denklemleri aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{g\beta K}{\nu} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

Yukarıdaki denklemlerin yazılımı için kullanılan akım fonksiyonları aşağıdaki gibi yazılır.

Varol, A., Öztop, H., F., Varol, A. "Gözenekli Ortamla Dolu Dik Üçgen Oyuklarda Doğal Taşınım İle Isı Geçişi, UHUK 2006, ODTÜ, 21-22 Eylül 2006, Ankara

---

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (4)$$

Denklem (1-3) boyutsuz formda aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -Ra \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \theta}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad (6)$$

Boyutsuz parametreler aşağıdaki gibi listelenir.

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad \theta = \frac{T - T_C}{T_H - T_C}, \quad \Psi = \frac{\psi}{\alpha}, \quad Ra = \frac{g\beta K(T_H - T_C)L}{\nu\alpha} \quad (7)$$

Diferansiyel denklemlerin çözümü için gerekli olan sınır şartları;

Yatay ekseninde ( $0 \leq x \leq L$ );

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0 \quad \text{ve} \quad \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0 \quad (8)$$

Varol, A., Öztop, H., F., Varol, A. “Gözenekli Ortamla Dolu Dik Üçgen Oyuklarda Doğal Taşınım İle Isı Geçişi, UHUK 2006, ODTÜ, 21-22 Eylül 2006, Ankara

---

$$\text{Düşey ekseninde } (0 \leq y \leq H); \theta = 1, \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0 \text{ ve } \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0 \quad (9)$$

$$\text{Eğimli yüzeyde ; } \theta = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0 \text{ ve } \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0 \quad (10)$$

şeklinde ifade edilir. Sıcak yüzey boyunca yerel ve ortalama Nusselt sayıları denklem (11) a ve b ile hesaplanmaktadır.

$$Nu_y = \left( -\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{x=0}, \quad Nu = \int_0^H Nu_y dy \quad (11a,b)$$

#### 4. SAYISAL YÖNTEM

Akışı ve ısı transferini yöneten denklem (5 ve 6) , (8-10) numaralı denklemler ile verilen sınır şartları altında, merkezi farklar metodu kullanılarak çözülmüştür. Tekil denklemlerin çözümü için Ardışık Alt Rahatlama (Successive Under Relaxation (SUR)) yöntemi kullanılmıştır. Yakınsama kriteri olarak, tüm bağımlı değişkenler için,  $10^{-4}$  seçilmiş ve yakınsama kriteri olarak, 0.1 değeri alınmıştır. X ve Y yönünde  $61 \times 61$  eşit adımlı grid dağılımı kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar,  $Ra=1000$  ve düşey yüzeylerinden biri yüksek diğeri düşük sabit sıcaklıkta tutulan ve yatay yüzeyleri yalıtılmış gözenekli ortamla dolu kare oyuklar için test edilmiş ve sonuçlar Tablo 1’ de verilmiştir.

Varol, A., Öztop, H., F., Varol, A. “Gözenekli Ortamla Dolu Dik Üçgen Oyuklarda Doğal Taşınım İle Isı Geçişi, UHUK 2006, ODTÜ, 21-22 Eylül 2006, Ankara

---

Literatür ile karşılaştırma	Nu
Mevcut çalışma	13.564
Saeid ve Pop (2005)	13.726
Baytas ve Pop (2002)	14.060
Goyeau vd. (1996)	13.470
Manole ve Lage (1992)	13.637
Cross vd. (1986)	13.448
Bejan (1979)	15.800

---

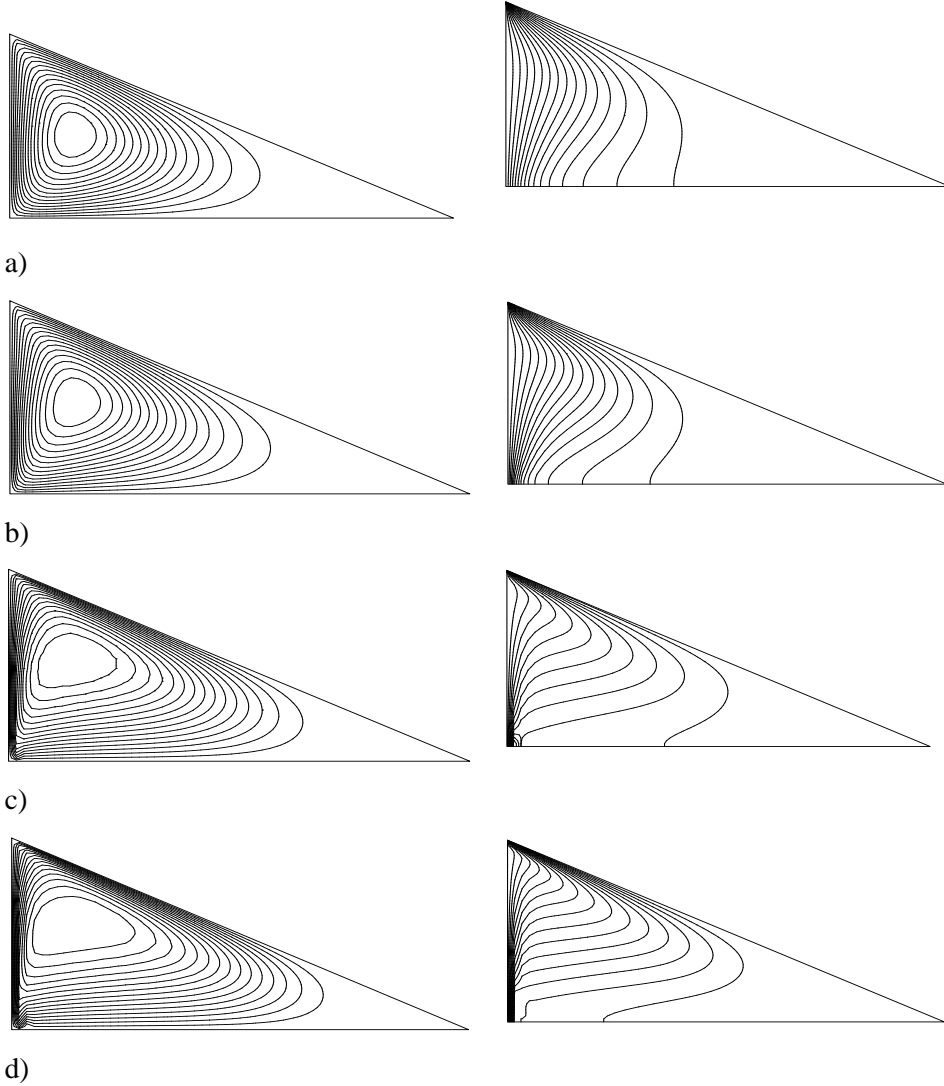
**Tablo 1.** Ra=1000 için ortalama Nusselt sayılarının önceki çalışmalarla karşılaştırılması

## 5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, gözenekli ortamla dolu dik üçgen bir oyukta doğal taşınım ile ısı transferi sayısal olarak incelenmiştir. Akışı ve ısı transferini yöneten parametreler olarak Rayleigh sayısı ve üçgen görünüş oranı alınmıştır. Hesaplamalar, Prandtl sayısının 0.71 değeri için yapılmıştır.

Farklı Rayleigh sayıları için akım çizgileri (sol kolonda) ve eş sıcaklık eğrileri (sağ kolonda) Şekil 2’ de verilmiştir. Akım çizgilerine bakıldığında saat ibresi yönünde dönme merkezlerinin olduğu görülmektedir. Dönme merkezi uzunluğu artan Rayleigh sayısı ile birlikte artmakta hücre merkezi ise yukarı doğru kaymaktadır. Üçgenin sağ köşesindeki akışkan ise, durgundur. Eş sıcaklık eğrilerine bakıldığında, artan Rayleigh sayısı ile birlikte, ısınan akışkan oyuğun iç kısımlarına doğru kayar. Oyuğun sağ alt

köşesindeki akışkan sıcaklığı ise soğuk cidar sıcaklığına eşittir. Düşük Rayleigh sayılarında, ısı transferi iletimle olmakta ve hemen hemen düşey cidara paralel bir sıcaklık dağılımı gözlenmektedir. Artan Rayleigh sayısı ile birlikte yatay yönde alev şeklinde gelişen sıcaklık dağılımı gözlenmektedir.



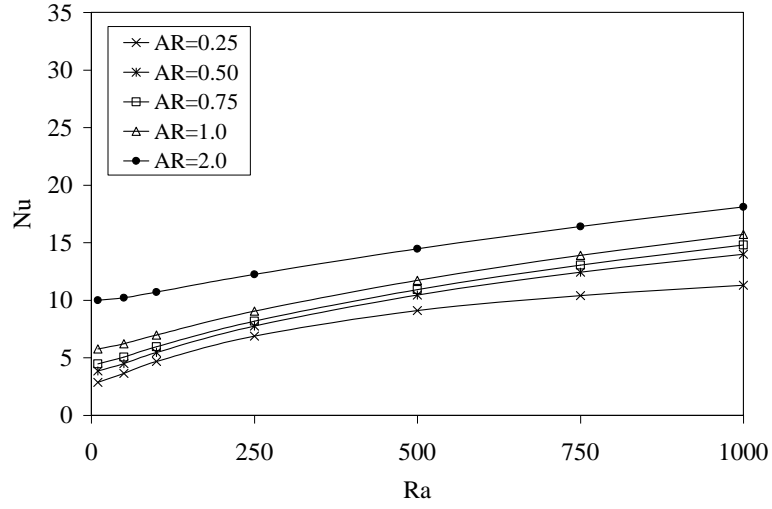
Şekil 2. Akım çizgileri (sol kolon) ve eş sıcaklık eğrileri (sağ kolon), ( $AR=0.5$ )  
a)  $Ra=50$ , b)  $Ra=100$ , c)  $Ra=500$ , d)  $Ra=1000$



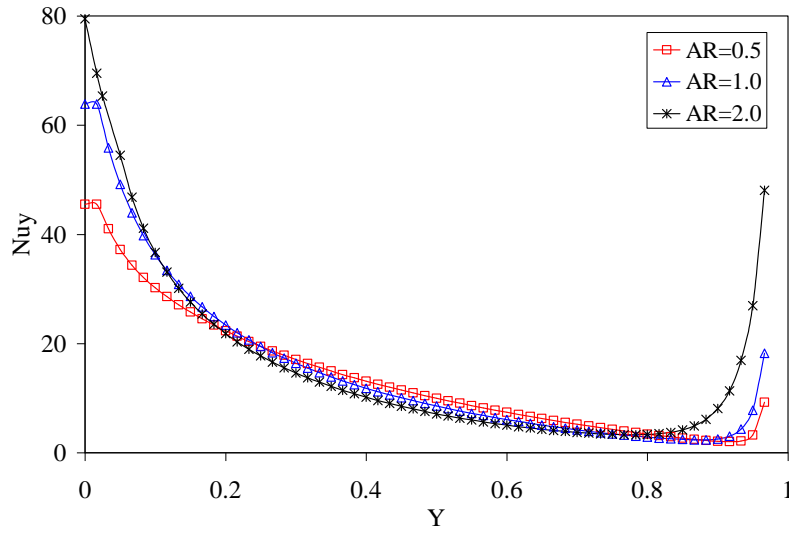
Şekil 3’ de farklı üçgen görünüş oranlarında ( $0.25 \leq AR=H/L \leq 2.0$ ) ortalama Nusselt sayısının Rayleigh sayısı ile değişimi verilmiştir. Tüm görünüş oranları için artan Rayleigh sayısı ile birlikte ısı transferi de, beklenen bir sonuç olarak, lineere yakın bir biçimde artmaktadır. Bunun yanında, artan üçgen görünüş oranı, ısı transferini de artırmaktadır. Çünkü, ısıtıcı uzunluğu ve sıcak ve soğuk yüzeyler arasında mesafe doğrudan üçgen görünüş oranından etkilenmektedir. Üçgen görünüş oranının AR=2 değeri ile diğer değerleri arasında oldukça açık bir fark gözükmektedir ki bu da ısıtıcı uzunluğunun yüksek aynı zamanda sıcak ve soğuk yüzeyler arasındaki mesafenin çok kısa olmasından kaynaklanmaktadır.

Şekil 4’ de Ra=1000 için sıcak cidar boyunca yerel Nusselt sayısının farklı üçgen görünüş oranlarında değişimi görülmektedir. Artan görünüş oranı ile birlikte sıcak cidarın alt ve üst kısımlarında yerel Nusselt sayıları artmakta, ısıtılan cidarın orta kısmında ise azalmaktadır. En yüksek yerel Nusselt sayısı AR=2 için sıcak cidarın başlangıç noktasında elde edilmektedir. Bununla birlikte, AR=0.5 için farklı Rayleigh sayılarında yerel Nusselt sayısının değişimi Şekil 5’ de verilmektedir. Beklendiği gibi artan Rayleigh sayısı ile birlikte yerel Nusselt sayısının değerleri de artmaktadır. İletimle ısı transferinin baskın olduğu düşük Rayleigh sayılarında sıcak cidar boyunca yerel Nusselt sayısında çok az bir değişim gözelenirken, taşınım ile ısı transferinin baskın olduğu yüksek Rayleigh sayılarında U şeklinde bir dağılım meydana gelmektedir.

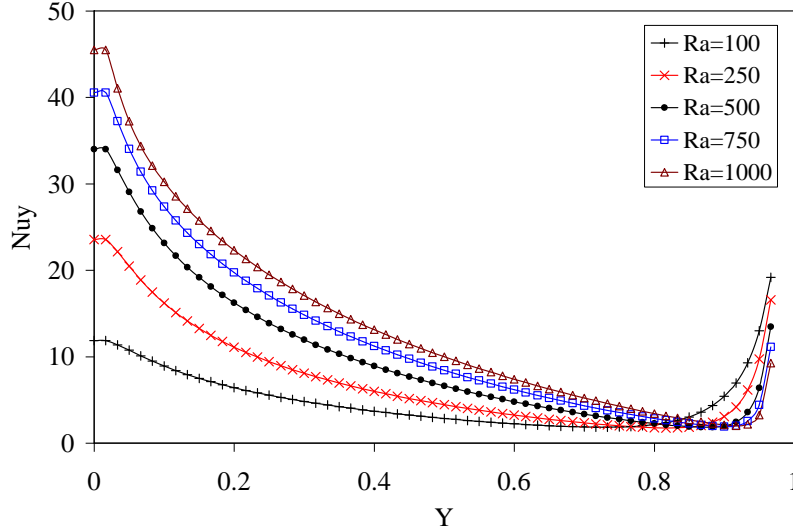
Varol, A., Öztop, H., F., Varol, A. “Gözenekli Ortamla Dolu Dik Üçgen Oyuklarda Doğal Taşınım İle Isı Geçişi, UHUK 2006, ODTÜ, 21-22 Eylül 2006, Ankara



Şekil 3. Ortalama Nusselt sayılarının Rayleigh sayısı ile değişimi



Şekil 4. Sıcak cidar boyunca yerel Nusselt sayısının farklı görünüş oranlarında değişimi (Ra=1000)



Şekil 5. Sıcak cidar boyunca yerel Nusselt sayısının farklı Rayleigh sayılarında değişimi (AR=0.5)

## 6. SONUÇLAR

Bu çalışmada, gözenekli, üçgen kesitli bir oyuk içerisinde doğal taşınım ile ısı transferi sayısal olarak incelenmiştir. Artan Rayleigh sayısı ile birlikte ısı transferinin de arttığı tespit edilmiştir. Düşük Rayleigh sayılarında iletimle ısı transferi taşınım ile ısı transferine göre daha baskındır. Tüm görünüş oranları için artan Rayleigh sayısı ile birlikte ısı transferi lineer olarak artmaktadır. Bununla birlikte, üçgen görünüş oranı ısı transferini etkileyen en büyük parametredir ve artan üçgen görünüş oranı ile ısı transferini de artırmaktadır.

Semboller

AR üçgen görünüş oranı, ( $AR=H/L$ )

g yerçekimi ivmesi ( $m s^{-2}$ )

Varol, A., Öztop, H., F., Varol, A. “Gözenekli Ortamla Dolu Dik Üçgen Oyuklarda Doğal Taşınım İle Isı Geçişi, UHUK 2006, ODTÜ, 21-22 Eylül 2006, Ankara

---

Gr Grashof sayısı  
H üçgenin yüksekliği (m)  
K gözeneklilik (m<sup>2</sup>)  
L üçgenin taban uzunluğu (m)  
Nu Nusselt sayısı  
Pr Prandtl sayısı  
Ra Rayleigh sayısı  
u, v hızlar (m s<sup>-1</sup>)  
X, Y boyutsuz koordinatlar

Yunan harfleri

$\nu$  kinematik viskozite (m<sup>2</sup> s<sup>-1</sup>)  
 $\theta$  boyutsuz sıcaklık  
 $\beta$  ısı genleşme katsayısı (K<sup>-1</sup>)  
 $\alpha$  ısı yayılım katsayısı (m<sup>2</sup> s<sup>-1</sup>)  
 $\Psi$  boyutsuz akım fonksiyonu

İndisler

C soğuk  
H sıcak

Varol, A., Öztop, H. F., Varol, A. "Gözenekli Ortamla Dolu Dik Üçgen Oyuklarda Doğal Taşınım İle Isı Geçişi, UHUK 2006, ODTÜ, 21-22 Eylül 2006, Ankara

---

### **Kaynaklar**

1. Varol, Y., Koca, A. ve Oztop, H.F., Natural convection heat transfer in gambrel roofs, Building Environment, 2006 (Baskıda).
2. Varol, Y. ve Oztop, H.F., Free convection in a shallow wavy enclosure, Int. Comm. Heat Mass Transfer, Cilt.33, s.764 -771, 2006.
3. Oztop, H.F., Combined convection heat transfer in a porous lid-driven enclosure due to heater with finite length, Int. Comm. Heat Mass Trans., Cilt.33, s.772-779, 2006.
4. Saeid, N.H., Natural convection in porous cavity with sinusoidal bottom wall temperature variation, Int. Comm. Heat Mass Transfer, Cilt.32, s.454-463, 2005.
5. Saeid, N.H. ve Pop, I., Natural convection from a discrete heater in a square cavity filled with a porous medium, J. Porous media, Cilt.8, s.55-63, 2005.
6. Tzeng, S.C., Liou, J.H. ve Jou, R.Y., Numerical simulation-aided parametric analysis of natural convection in a roof of triangular enclosures, Heat Transfer Engineering, Cilt.26, s.69-79, 2005.
7. Kumar, B.V.R. ve Kumar, B., Parallel computation of natural convection in trapezoidal porous enclosures, Math. Comp. Sim., Cilt.65, s.221-229, 2004.
8. Baytas, A.C. ve Pop, I., Free convection in a square porous cavity using a thermal nonequilibrium model, Int. J. Thermal Sci., Cilt.41, s.861-870, 2002.
9. Baytas, A.C. ve Pop, I., Natural convection in a trapezoidal enclosure filled with a porous medium, Int. J. Eng. Sci., Cilt.39, s.125-134, 2001.

Varol, A., Öztop, H., F., Varol, A. “Gözenekli Ortamla Dolu Dik Üçgen Oyuqlarda Doğal Taşınım İle Isı Geçişi, UHUK 2006, ODTÜ, 21-22 Eylül 2006, Ankara

---

10. Asan, H, ve Namli, L., Numerical simulation of buoyant flow in a roof of triangular cross section under winter day boundary conditions, *Energy Buildings*, Cilt.33, s.753-757, 2001.
11. Holtzman, G.A., Hill R.W. ve Ball K.S., Laminar natural convection in isosceles triangular enclosures heated from below and symmetrically cooled from above, *J. Heat Transfer*, Cilt.122, s.485-491, 2000.
12. Nield, D.A. ve Bejan, A., *Convection in porous media*, 2nd ed. Springer, NY, 1999.
13. Ingham, D.B. ve Pop, I., *Transport phenomena in porous media*, Pergamon, 1998.
14. Murthy, P.V.S.N., Kumar, B.V.R. ve Singh, P., Free convection heat transfer from a horizontally wavy surface in a porous enclosure, *Num. Heat Transfer Part A*, Cilt.31, s.207-221, 1997.
15. Goyeau, B., Songbe, J.P. ve Gobin, D., Numerical study of double-diffusive natural convection in a porous cavity using the Darcy-Brinkman formulation, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Cilt.39, s.1363-1378, 1996.
16. Manole, D.M. ve Lage, J.L., Numerical benchmark results for natural convection in a porous medium cavity, *ASME Heat and Mass Transfer in Porous Media Conf.*, HTD-216, s..55-60, 1992.
17. Vafai, K., *Convective flow and heat transfer in variable-porosity media*, *J. Fluid Mech.*, Cilt.147, s.233–259, 1984.

Varol, A., Öztop, H., F., Varol, A. “Gözenekli Ortamlarla Dolu Dik Üçgen Oyuklarda Doğal Taşınım İle Isı Geçişi, UHUK 2006, ODTÜ, 21-22 Eylül 2006, Ankara

---

18. Akinsete, V. ve Coleman, T.A., Heat transfer by steady laminar free convection in triangular enclosures, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Cilt.25, s.991-998, 1982.
19. Bejan, A., On the boundary layer regime in a vertical enclosure filled with a porous medium, *Lett. Heat Mass Transfer*, Cilt.6, s.93-102, 1979.

Varol, A., Öztop, H., F., Varol, A. “Gözenekli Ortamla Dolu Dik Üçgen  
Oyuklarda Doğal Taşınım İle Isı Geçişi, UHUK 2006, ODTÜ, 21-22 Eylül  
2006, Ankara

---